

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1994/95

April 1995

ZSC 310/3 - Kaedah Matematik III

Masa : [3 jam]

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi TIGA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab MANA-MANA LIMA soalan sahaja.
Kesemuanya wajib dijawab dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) Bincangkan tentang keserupaan di antara transform Laplace dan Logaritma.

(20 markah)

- (b) Tentusahkan transform Laplace yang berikut:

$$(i) \quad L\{t^n f(t)\} = (-1)^n \frac{d^n}{ds^n} F(s)$$

$$(ii) \quad L\{f(at)\} = \frac{1}{a} F\left(\frac{s}{a}\right)$$

di mana $F(s) = L\{f(t)\}$. (30 markah)

- (c) Persamaan Laguerre berargumen t berbentuk

$$ty''(t) + (1-t)y'(t) + ny(t) = 0$$

Dapatkan transform Laplace bagi $y(at)$ di mana a suatu pemalar.

(50 markah)

2. Selesaikan masalah sempadan dan nilai awal bagi getaran sekeping selaput segiempat ($a \times b$)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

$$U(0,0,t) = u(a,y,t) = u(x,b,t) = 0$$

$$U(x,y,0) = f(x,y)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (x,y,t) \Big|_{t=0} = g(x,y)$$

...2/-

Bincangkan frekuensi getaran bagi selaput segiempat tepat.

(100 markah)

3. Proton di dalam nukleus superterherot boleh dihipotesiskan dengan sesuatu zarah dikekangkan bergerak secara bebas di dalam suatu silinder. Bentukkan persamaan Schrödinger dan selesaikan untuk fungsi gelombang dan eigentena.

Bincangkan perubahan-perubahan yang didapati apabila nisbah ketinggian H dan jejari R silinder diubahkan sedangkan isipadu dikekalkan malar.

(100 markah)

4. (a) Kembangkan $f(x) = |x|$, $-\pi \leq x \leq \pi$ sebagai suatu siri Fourier. Dengan itu tunjukkan

$$8 \sum_n \frac{\cos (2n+1)x}{(2n+1)^2} = \pi^2 - 2\pi x$$

(50 markah)

- (b) Voltan $V(t)$ bagi suatu litar elektronik diberikan oleh

$$V(t) = \begin{cases} e^{-\gamma t} e^{i\omega_0 t} & , \quad t > 0 \\ 0 & , \quad t < 0 \end{cases}$$

di mana γ dan ω_0 positif dan hakiki.

- (i) Lakarkan bahagian hakiki $V(t)$.
 (ii) Dapatkan spektrum kuasa bagi $V(t)$ dan lakarkannya.
 (iii) Ulasakan tentang lebar spektrumkuasa itu.

(50 markah)

- 5(a) Komponen z bagi suatu medan elektrik yang berosilasi (dengan frekuensi sudut ω) di dalam suatu rongga silinderan mematuhi persamaan Helmholtz

$$\nabla^2 E_z + \alpha^2 E_z = 0 \quad ; \quad \alpha^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0$$

...3/-

- (i) Terangkan secara terperinci mengapa penyelesaian umum berbentuk

$$(E_z)_{mn} = \sum_{mn} J_m(\gamma_{mn}\rho) e^{\pm im\phi} (a_{mn} \sin kz + b_{mn} \cos kz)$$

- (ii) Tentukan frekuensi sudut osilasi.

(70 markah)

- (b) Terangkan juga mengapa gelombang elektromagnetik yang dikekangkan bergerak di antara permukaan silinderan $\rho = a$ dan $\rho = b$ sepusatkan bagi suatu panduan gelombang sepaksian mempunyai penyelesaian yang berbentuk

$$(E_z)_{mn} = \sum_{mn} [a_{mn} J_m(\gamma_{mn}\rho) + b_{mn} N_m(\gamma_{mn}\rho)] e^{i(kz - \omega t)} e^{\pm im\phi}$$

(30 markah)

6. Bincangkan sebarang empat tajuk yang berikut:

- (a) Keortogonalan fungsi istimewa. (25 markah)
 (b) Pemenggalan penyelesaian siri kuasa persamaan pembezaan berhubungan keperluan fizik.

(25 markah)

- (c) Osilator harmonik isotropik dua dimensi.

(25 markah)

- (d) Penggunaan transform Fourier. (25 markah)

- (e) Harmoniks sfera. (25 markah)

- (f) Persamaan Schrödinger bagi sistem fizik yang mudah.

(25 markah)